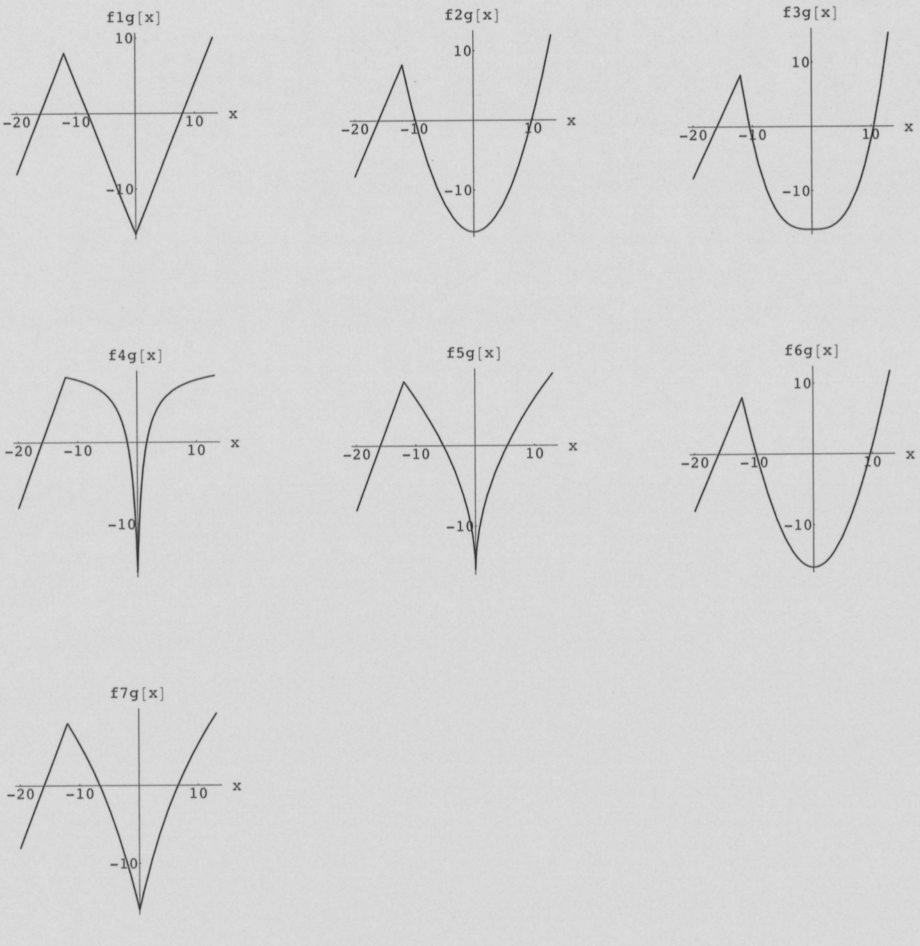
Bulletin

Juni 2006 – Juin 2006

N° 101

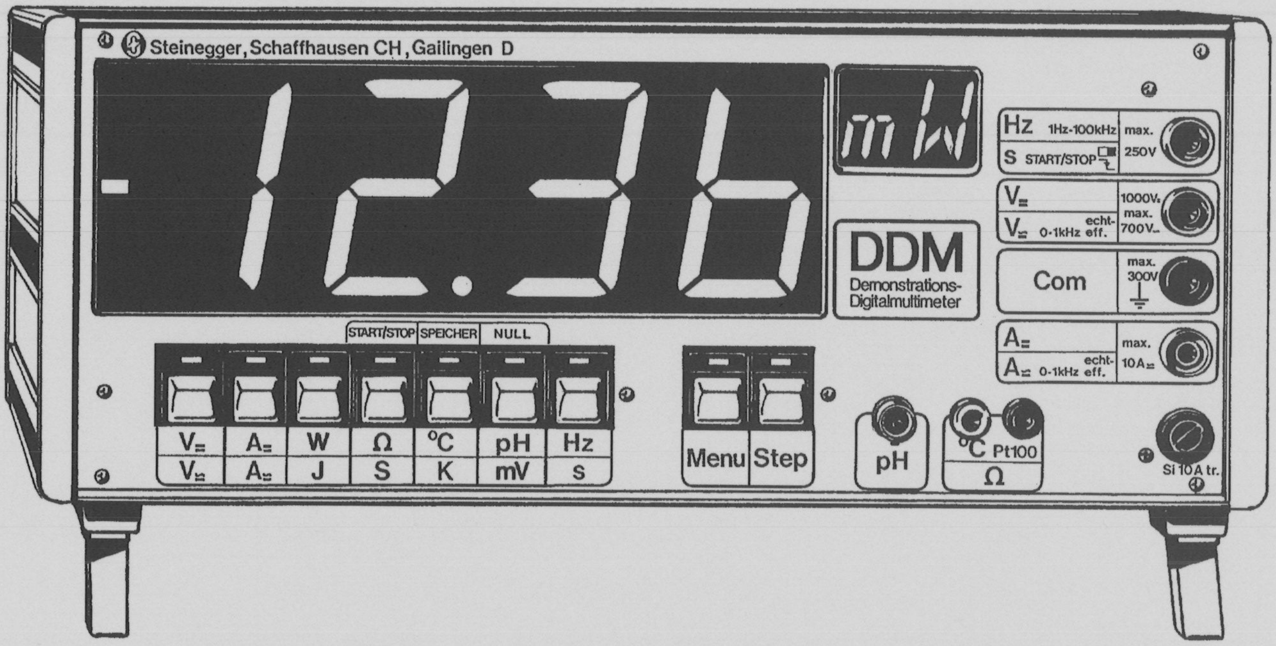


VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik– und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Demonstrations-Digitalmultimeter DDM

Art. Nr. 26



Preis inkl. MWSt nur Fr. 2'320.-

- **Misst: Spannung, Strom, Wirkleistung, Energie, Widerstand, Temperatur, pH-Wert, Zeitintervall und Frequenz**
- **56mm hohe LED-Ziffern und 9999 Messpunkte**
- **Automatische und manuelle Bereichsumschaltung**
- **Mehr als 20 Zusatzgeräte direkt anschließbar**
- **Einfacher Datenaustausch mit PC/Mac im Multitasking über die bidirektionale Serieschnittstelle**
- **2 freiprogrammierbare Analog-Ausgänge**
- **Ausführliche 75-seitige Bedienungsanleitung**

Gehäuse-Abmessungen: LxBxH = 340x185x132.5 mm

Die kostenlose Kurzbeschreibung "Demonstrations-Digitalmultimeter DDM Art. Nr. 26" erhalten Sie direkt vom Hersteller:

Steinegger & Co.
Rosenbergstrasse 23
8200 Schaffhausen

Fax : 052-625 58 60
☎ : 052-625 58 90
Internet: www.steinegger.de

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch

Page de titre

Voir article de R. Rose, *Zusammengesetzte Funktionen*, p. 18.

VSMP - SSPMP - SSIMF
VEREIN SCHWEIZERISCHER MATHEMATIK- UND PHYSIKLEHRER
SOCIÉTÉ SUISSE DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE
SOCIETÀ SVIZZERA DEGLI INSEGNANTI DI MATEMATICA E FISICA

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana

Alcuni momenti importanti della matematica e della sua storia, scelti in particolare nel XIX secolo

Un corso della CMSI organizzato a Bellinzona dal 26 al 28 settembre 2005

La Commissione di matematica della Svizzera italiana CMSI, costituitasi nel novembre 2003, ha proposto il suo primo corso di aggiornamento per insegnanti di matematica e l'ha organizzato in collaborazione con l'Ufficio dell'insegnamento medio superiore del Cantone Ticino e con il sostegno del Collegio dei direttori delle scuole medie superiori. Il corso ha avuto luogo al Liceo cantonale di Bellinzona e ha riunito una ventina di insegnanti delle scuole medie superiori ticinesi.

Due illustri relatori ci hanno accompagnato lungo questa esperienza: Srishti-D. Chatterji, professore emerito dell'EPFL di Losanna e per lunghi anni commissario nei licei ticinesi e Gerhard Wanner, docente e ricercatore nel campo dell'analisi numerica all'Università di Ginevra.

Il prof. Chatterji ha presentato – in un primo modulo - il teorema di Fourier sullo sviluppo in serie trigonometriche di funzioni periodiche ed ha messo in evidenza il ruolo dei matematici che hanno contribuito a chiarirne le ipotesi, studiato il tipo di convergenza ed ampliato il campo di validità: in particolare Cantor, ma anche Dirichlet, Schwartz, Menschoff. In un secondo modulo ha presentato l'opera completa di Felix Hausdorff - il continuatore dei lavori di Cantor -, che la casa editrice Springer sta pubblicando ; comprende non solo i lavori di matematica e astronomia, ma anche quelli filosofici e letterari, pubblicati con lo pseudonimo di Paul Mongré. Il terzo modulo è stato dedicato a Jarl Waldemar Lindeberg (1876 – 1932) e al suo teorema del limite centrale o condizione di Lindeberg, presentato come una generalizzazione di un teorema di A.M. Lyapunov.

Il prof. Wanner, nel primo modulo, si è occupato di geometria: per quella euclidea ha dato risalto ai due "gioielli" che stanno alla base della geometria classica (il teorema di Pitagora e il teorema di Talete), ha percorso gli Elementi di Euclide e illustrato i lavori di Apollonio sulle coniche, con un cenno all'idea di Dandelin che ha reso superfluo un centinaio di teoremi di Apollonio; infine ha presentato il teorema di Morley (1904), con un metodo originale di dimostrazione. Per la geometria analitica ha proposto due citazioni fondamentali di Descartes e presentato le soluzioni di alcuni problemi risolti da Viète con le equazioni cubiche, insieme ad alcune dimostrazioni. Ha concluso con il teorema di Urquhart (Mac L.,1902-1966), conosciuto come "il più elementare teorema della geometria euclidea" (perché parla solo della distanza tra due punti), la cui dimostrazione non è però elementare.
Con il secondo modulo, il relatore si è occupato del calcolo differenziale e integrale ed ha messo a confronto l'approccio tradizionale (insiemi e applicazioni → limiti e funzioni continue → derivate → integrali) con lo sviluppo storico, che segue praticamente l'ordine inverso. Ha presentato alcune tappe di tale sviluppo, in particolare il problema della tangente e le sue origini. Ha illustrato numerosi esempi storici prima di passare al calcolo integrale, di cui ha spiegato il nome e la notazione, e presentato calcoli effettuati da alcuni grandi nomi della matematica. La relazione si è conclusa con un accenno ad equazioni differenziali notevoli. Il terzo modulo è stato dedicato a Carl Friedrich Gauss e al suo metodo dei minimi quadrati: il prof. Wanner ne ha presentato la storia, a partire dalla scoperta di "irregolarità" nella successione delle distanze dei pianeti dalla Terra, e i relativi calcoli. Ha poi presentato la giustificazione probabilistica che Gauss ha dato del suo metodo, ne ha illustrato gli sviluppi ed ha proposto alcuni interessanti problemi che si lasciano risolvere con il metodo di Gauss e che si possono proporre anche ad allievi liceali.

Se gli argomenti e la presentazione di Chatterji hanno accontentato prevalentemente gli analisti puri, il lavoro di Wanner è stato apprezzato da tutti perché ha offerto numerosi e interessanti stimoli per l'insegnamento. Per quanto riguarda la storia della disciplina, nel contributo offerto dal prof. Chatterji sono emerse soprattutto le relazioni tra i matematici e le loro personali vicissitudini; in quello offerto dal prof. Wanner si sono sentite – direttamente dagli autori tramite i loro scritti – le considerazioni su ognuno dei principali argomenti. Lo scopo che unifica i due approcci è quello di mostrare che le "scoperte" dei matematici sono sempre solidamente fondate su contributi e studi dati da altri matematici (per completarli o per contrastarli).
Segnaliamo che, grazie alla disponibilità del prof. Wanner, la CMSI ha potuto rendere accessibile parte della documentazione (dispense, bibliografia) sul proprio sito (http://www.vsmp.ch/cmsi/index.htm; cliccare sul titolo "Attività").

Il corso, dai contenuti di alto valore e in parte di difficoltà elevata, ha pienamente raggiunto il suo obiettivo: offrire un giro d'orizzonte sugli aspetti culturali legati alla matematica del XIX secolo e suggerire un percorso per integrare la storia della matematica nell'insegnamento della disciplina. Si è pure trattato di una rara occasione per discutere – in sede di corso, nelle pause e a pranzo – con i colleghi e con i relatori. Durante il corso un modulo è stato dedicato alla discussione di problemi legati all'insegnamento, in particolare il grado di rigore matematico che è sensato applicare in un liceo e il contributo che può essere offerto da cenni di storia della matematica e dei matematici, ma anche da aneddoti su di loro. È utile rammentare che l'organizzazione di simili iniziative è fondamentale se si intende conservare un insegnamento di qualità. L'interesse dimostrato dai partecipanti e l'eccellente clima di lavoro incoraggiano la CMSI a proseguire su questa strada..

Arno Gropengiesser
gennaio 2006

ETH-Studienwoche für Gymnasiastinnen und Gymnasiasten

ZÜRICH - Statt die Schulbank zu drücken ETH Luft schnuppern? In den ETH Studienwochen vom 2. bis am 6. Oktober 2006 sind noch Plätze frei. Das Projekt der ETH Zürich gibt Mitteschülerinnen und Mittelschülern aus der ganzen Schweiz die Gelegenheit, mit Forscherinnen und Forschern zusammen ein Thema zu bearbeiten wie: *Wage einen Blick über den Tellerrand und entdecke die vernetzte Welt der modernen Lebensmittelproduktion oder Endlich Automaten sind überall - Wie steuert man Geldautomaten, Kreuzungen und Lifte?*
Teilnahme und Unterkunft sind kostenlos. www.ethtools.ethz.ch/projekcts/stdw

Auf Sommer 2006 suchen wir einen

Webmaster VSMP/SSPMP/SSIMF

Für die Betreuung der Website www.vsmp.ch.
Die Website ist in HTML und JavaScript ausgeführt und kann unverändert übernommen werden.

Der Arbeitsaufwand beträgt etwa einen Halbtag pro Monat.
Die jährliche Entschädigung beträgt 1000 Fr.

Für weitere Auskünfte ist der bisherige Webmaster,
Urs Oswald, <osurs@bluewin.ch>, gerne bereit.

Die Präsidentin des VSMP, Elisabeth McGarrity,
freut sich auf Ihre Anmeldung an folgende Mail-Adresse
<mcgarrity@rhone.ch>

Nous cherchons pour l'été 2006 un nouveau

Webmaster SSPMP/VSMP/SSIMF

Pour la prise en charge de notre site internet www.vsmp.ch.
La page est tenue en HTML et Java Script et peut-être reprise tel quel.

Il faut compter avec environ une demi-journée de travail par mois.
Un dédommagement de 1000.- par an est prévu.

Pour plus de détails, le webmaster sortant, Urs Oswald, se tient à votre disposition.
<osurs@bluewin.ch>

La présidente de la SSPMP, Elisabeth McGarrity se réjouit de l'intérêt dont vous témoignerez à l'adresse mail suivante: <mcgarrity@rhone.ch>

La Commission Romande de Physique a le plaisir de vous annoncer le prochain cours de formation continue qui s'intitule :

« Demain, quelles énergies ? »

Il aura lieu à Yverdon, du mercredi 22 au vendredi 24 novembre 2006.

Du chauffage au bois à l'électricité nucléaire, la maîtrise de l'énergie a longtemps été la base du progrès humain. Toutefois, les principales sources d'énergie actuelles, les hydrocarbures (pétrole, gaz et charbon) et le nucléaire, génèrent pollution et dérèglements climatiques.

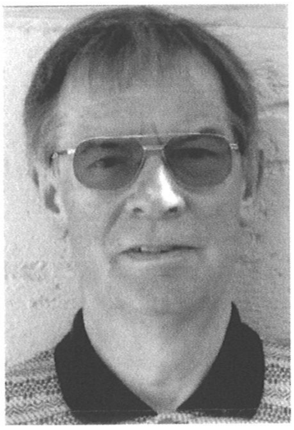
La demande mondiale en énergie ne peut qu'augmenter dans les prochaines années. Même si les pays les plus riches, principaux consommateurs, parviennent à diminuer leurs besoins, il reste que ceux des pays en voie de développement vont continuer de croître.

Ce cours -sans prétendre à l'exhaustivité- se propose de faire le point sur ce que pourrait être les énergies de demain : le solaire et l'effet photovoltaïque, la fusion et le projet ITER, l'hydrogène et les moyens de transport, la géothermie... ou encore le nouveau nucléaire et les réacteurs de génération IV.

Nous sommes convaincus que ce thème vous interpelle et nous nous réjouissons de vous rencontrer à cette occasion.

Pour vous inscrire, veuillez le faire sur www.webpalette.ch (WBZ_06_05_22) avant le 18 septembre.

Freddy Taillard



Le 21 janvier dernier les membres de la CRM et les anciens, réunis pour leur traditionnel repas annuel, eurent le cœur serré lorsqu'ils apprirent que Freddy Taillard, pour la première fois, ne serait pas des leurs. Gravement atteint dans sa santé depuis l'automne 2004, ce dernier luttait avec détermination, courage et discrétion contre le mal qui allait l'emporter un mois plus tard.

Nommé en 1963 titulaire des classes de mathématique et disciplines connexes au Gymnase de la Chaux-de-Fonds, Freddy Taillard s'implique d'entrée de cause dans les milieux pédagogiques romands. Il participe entre autre à la conception et à la rédaction des cours de physique/chimie pour les écoles secondaires et conçoit le pavillon des Sciences de l'école secondaire des Forges.

Au début des années 70, Freddy entre à la Commission Romande de Mathématique. Il se révèle être un mathématicien hors pair, rigoureux et enthousiaste. Il n'existait à l'époque aucun ouvrage de niveau gymnasial consacré aux probabilités. Il fallait un pédagogue raffiné, doublé d'un mathématicien aux idées claires, pour combler cette lacune: Freddy devint l'auteur de « Probabilités et statistique », un ouvrage qui fit immédiatement autorité et restera une référence en la matière, ouvrage qu'on appelle d'ailleurs familièrement « Le Taillard ».

Derrière le mathématicien, l'homme se dévoile peu à peu. Humaniste, musicien, mélomane, aimant la discussion tout en défendant ses idées avec force et humour dans un parfait respect de l'autre, Freddy devient pour ses collègues de la CRM le plus agréable des compagnons de route. Passés les premiers contacts et une fois la confiance réciproque établie, l'amitié de Freddy, c'était du solide, et ses collègues l'ont reçue comme un cadeau. Rencontrer Freddy était toujours un moment enrichissant.

Il était donc tout naturel que la CRM l'appelle à la présidence, en 1981, au moment où les importants travaux de rédaction du « Fundamentum de mathématiques » étaient dans une phase cruciale. Freddy était de ceux qui avaient donné l'impulsion à ce projet. Il sut, en tant que président, le conduire avec détermination, sans jamais baisser les bras malgré les multiples écueils. Il sut aussi, et surtout, maintenir un climat de travail agréable et faire en sorte que les travaux de la CRM, au-delà des mathématiques et de leur enseignement, portent la marque du respect et de l'amitié entre ses membres.

Aujourd'hui, la CRM a la chance de pouvoir poursuivre ses activités dans le chemin tracé par Freddy Taillard auquel elle rend le plus vif des hommages.

Eugène Pasquier

Président de la CRM

Compte-rendu du workshop passage : gymnase-université/EPFL

En date du 18 octobre 2005, la Commission Romande de Mathématiques (CRM) a eu l'occasion de réunir autour d'une même table des représentants des universités de la Suisse Romande (MM. Prof. B. Colbois, F. Dufresne, E. Hairer, H.-K. Rummler), de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (MM. Prof. A.C. Davison, J. Thévenaz), du CMS de Lausanne (M. H.-J. Ruppen) et de différentes commissions de la SSPMP.

Lors de cet atelier, la CRM a exposé les craintes exprimées par de nombreux collègues des gymnases romands (voir *Bulletin* No 100) concernant le niveau de mathématiques atteint avec la nouvelle maturité. Force est de constater que la mise en application du nouveau RRM a provoqué pour les mathématiques une diminution du nombre d'heures d'enseignement, la suppression de certains chapitres des programmes et une baisse du niveau d'exigence notamment en matière de démonstrations. Un enseignement plus descriptif (i.e. sans outils mathématiques) des branches scientifiques contribue à une baisse de la motivation à acquérir des bases théoriques abstraites.

Interrogés à ce sujet, nos invités n'ont pas voulu confirmer officiellement cette tendance par manque de statistiques significatives. Ils observent toutefois la grande hétérogénéité des étudiants arrivant en première année d'université, leur indécision (nombreux abandons ou changements d'orientation), une tendance à contourner les difficultés et une hausse des « échecs manifestes ». Ils constatent un manque de maturité des étudiants, un déficit dans leur capacité de raisonnement et d'abstraction, un manque de persévérance, une insuffisance dans le savoir-faire (problem solving) et une baisse de la maîtrise des langues. Les raisons des échecs ne sont pas nécessairement scolaires et échappent donc en partie à notre influence.

Face à cette situation, certaines de nos Hautes Ecoles réagissent par l'introduction de « bilan de compétences », de cours d'appui durant les vacances ou d'un polycopié permettant aux étudiants de combler leurs lacunes. Le choix de l'option spécifique au gymnase semble avoir une influence déterminante sur la réussite des études ultérieures. Le cours de mathématiques du gymnase doit privilégier la qualité et l'approfondissement de la matière traitée. De bonnes bases générales et un cours de mathématiques de « niveau normal » permettront alors à un étudiant de poursuivre une formation scientifique s'il fournit un grand travail.

Alex Willa

Prise de position de la CRM

Suite à ce workshop, la CRM reste inquiète et cherche des pistes qui permettraient de venir en aide à nos étudiants dans le choix et la préparation de leurs études universitaires. La prise de position suivante émane de cette journée de réflexion ; elle fut adoptée lors de la dernière séance de la CRM et n'engage que cette dernière.

Les prochaines révisions de l'ORRM devraient tenir compte des propositions suivantes.

- Admettre officiellement différents niveaux d'enseignement des mathématiques et clarifier le profil de chaque OS de sorte que le cours de mathématiques puisse être adapté aux besoins particuliers de l'option choisie par l'étudiant.
- Reconnaître que le choix de la voie d'étude gymnasiale peut rendre difficile la poursuite de certaines études universitaires.
- Exiger au moins 16 points sur l'ensemble des branches suivantes : langue maternelle, langue 2, mathématiques et OS.

Février 2006

Eugène Pasquier
Président CRM

DPK

Euler'sche Polyederformel und elektrische Netzwerke

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

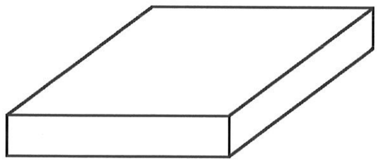
Es gibt Situationen, in denen man merkt, dass man im Alter sonderbar wird. Ich hätte z.B. beinahe die Haltestelle meines Zuges verpasst, weil ich in einem Buch auf eine Verbindung zwischen dem Euler'schen Polyedersatz (Topologie) und der Kirchhoff'schen Maschenregel (Elektrotechnik) stiess. Das Kapitel hatte mich so fasziniert, dass ich den Stopp im Zielbahnhof nicht bemerkte. Da meine Kollegen auch nichts von dieser Verbindung wussten, möchte ich den Gedankengang hier mitteilen. Das Buch heisst "Möbius und sein Band: Der Aufstieg von Mathematik und Astronomie im Deutschland des 19. Jahrhunderts" von J. Fauvel, R. Flood, R. Wilson (Hrsg.), Birkhäuser Verlag, 1994. Das Kapitel, auf das ich mich beziehe, heisst "Die Entwicklung der Topologie" und wurde von Norman Biggs geschrieben.

Euler'sche Polyederformel

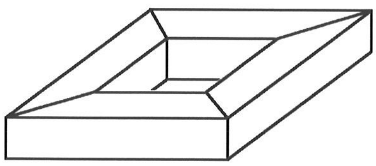
In einem Brief an Christian Goldbach vom November 1750 teilte Leonhard Euler einen Zusammenhang zwischen der Zahl der Ecken (e), Kanten (k) und Flächen (f) eines Körpers mit, und dass er den Zusammenhang nicht streng beweisen könne.

$$e - k + f = 2$$

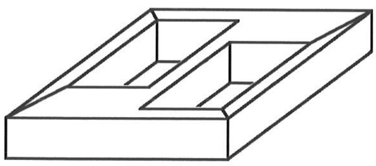
Die Regel kann leicht an einfachen Körpern wie Pyramiden, Quadern oder Prismen nachgeprüft werden. Der nächste Schritt bei der Erkundung dieses Satzes wurde vom Schweizer Mathematiker Simon-Antoine-Jean Lhuilier im Jahr 1813 veröffentlicht. Er fand, dass die Formel für Körper "mit Löchern" (Fig.1, 2, 3) nicht gilt.



Figur 1: Quader
$e - k + f = 8 - 12 + 6 = 2$



Figur 2: Quader mit Loch
$e - k + f = 16 - 32 + 16 = 0$

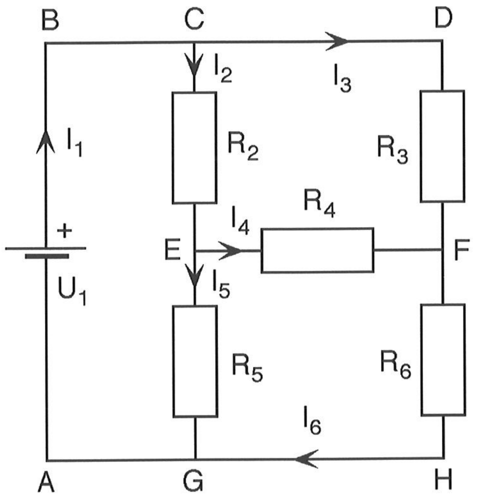


Figur 3: Quader mit zwei Löchern:
$e - k + f = 24 - 44 + 18 = -2$

Wenn der Köper g Löcher aufweist, ist $e - k + f = 2 - 2g$. Es ist jedoch nicht ganz klar, was mit "Zahl der Löcher" gemeint ist, geschweige denn, wie man sie mathematisch beschreiben soll. Die Tunnels im Innern eines Körpers können ja zusammenhängen. Der nächste Schritt wurde nicht von einem Mathematiker, sondern von einem Physiker gemacht: Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887). Er veröffentlichte 1845 und 1847 zwei Arbeiten über elektrische Netzwerke.

Knoten- und Maschenregel

Gegeben sei ein elektrisches Netzwerk aus Spannungsquellen, Widerständen und idealen Leitern (Figur 4).



Figur 4: Elektrisches Netzwerk bestehend aus einer Batterie mit Spannung U_1 und fünf Widerständen mit Widerstandswerten R_2 bis R_6. Gesucht sind die Ströme I_1 bis I_6. Die Bezugsrichtung für die Ströme ist bereits eingezeichnet.

Falls das resultierende Gleichungssystem linear sein soll, müssen die Spannungen der Quellen und die Widerstandswerte konstant (unabhängig von der Stromstärke) sein.

Die Kirchhoff'sche **Knotenregel** besagt, dass an jedem Knoten (Verzweigung) der Schaltung die Summe der hinein fliessenden Ströme gleich der Summe der hinaus fliessenden Ströme sein muss. Wäre das nicht so, müsste sich Ladung anhäufen oder verschwinden. Wegen dem Ladungserhaltungssatz kann sie nicht verschwinden. Anhäufen geht auch nicht, weil sonst starke elektrische Felder auftreten, die dem Ladungsfluss entgegen wirken. Die Knotenregel führt auf folgende Gleichungen (Schaltung von Figur 4):

Knoten C: $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

Knoten E: $I_2 = I_4 + I_5$ (2)

Knoten F: $I_4 + I_3 = I_6$ (3)

Knoten G: $I_5 + I_6 = I_1$ (4)

Die Kirchhoff'sche **Maschenregel** besagt, dass entlang eines geschlossenen Weges im Netzwerk (Masche) die Summe der Potenzialänderungen verschwinden muss. Wie bei einer Bergwanderung: die Summe der zurückgelegten Höhenunterschiede muss Null sein, wenn man zum Ausgangspunkt zurückkehrt. Die Höhe über Meer entspricht dem elektrischen Potenzial. Das elektrische Potenzial ist beim Pluspol einer Batterie um die

Batteriespannung höher als am Minuspol. Die Potenziale vor und nach einem Widerstand unterscheiden sich um $\pm R \cdot I$. Da der elektrische Strom stets vom höheren zum tieferen Potenzial fliesst, ist die Potenzialänderung $-R \cdot I$ (negativ), wenn der Weg in Stromrichtung ("abwärts") durch einen Widerstand führt, sonst positiv. Damit folgt für unsere Schaltung:

Masche ABCEGA:	$U_1 - R_2I_2 - R_5I_5 = 0$	(5)
Masche ABCDFHGA:	$U_1 - R_3I_3 - R_6I_6 = 0$	(6)
Masche CDFEC:	$+ R_2I_2 - R_3I_3 + R_4I_4 = 0$	(7)
Masche EFHGE:	$- R_4I_4 - R_6I_6 + R_5I_5 = 0$	(8)
Masche ABCEFHGA:	$U_1 - R_2I_2 - R_4I_4 - R_6I_6 = 0$	(9)
Masche ABCDFDCEFHGEGA:		
etc.		

Zahl der unabhängigen Gleichungen

Wie man unschwer sieht, ist Gleichung (4) abhängig von den vorangehenden Gleichungen (1) - (3). Hat eine Schaltung n Knoten, so gibt es maximal n - 1 unabhängige Knotengleichungen. Dass dies so sein muss, kann man folgendermassen sehen: Man bringe alle Knotengleichungen auf die Standardform "einfliessende Ströme minus ausfliessende Ströme gleich Null". Dann zähle man alle Gleichungen zusammen. Da jeder Strom einmal als ausfliessender und einmal als einfliessender Strom vorkommt, muss 0 = 0 herauskommen. Weiss man das, kann man die n-te Knotengleichung aus den vorhergehenden ausrechnen.

Schwieriger ist es, die Zahl der unabhängigen Maschengleichungen zu bestimmen. Man kann sich mit der Regel behelfen, dass jede Batterie und jeder Widerstand einmal vorkommen muss. Auch sollten die Maschen möglichst einfach gewählt werden, also keine Zusatzrunden oder Umwege. Aber schon das ist schwierig festzustellen, wenn die Schaltung sehr gross ist oder nur als Liste in einem Computerspeicher existiert.

Im Beispiel von Figur 4 gibt es drei unabhängige Maschengleichungen. Kirchhoff bemerkte, dass $3 = 6 - 4 + 1$ resp. $f = k - e + 1$ ist, wobei f = Zahl unabhängiger Maschen, e = "Ecken" (Knoten) und k = "Kanten" (Verbindung zweier Knoten, Ströme) ist. Kirchhoff konnte diese Beziehung beweisen. Knoten- und Maschenregel liefern zusammen also gerade genug Gleichungen, um alle Ströme zu berechnen. Kirchhoff fand einen Weg, das Netzwerk mathematisch zu beschreiben. Der Anzahl unabhängiger Maschen f des Netzwerks entsprechen eine Dimension höher die Anzahl Löcher g in einem Körper. Die Ideen G. R. Kirchhoffs sind u. A. von Enrico Betti und Henri Poincaré zur algebraischen Topologie ausgebaut worden.

Beweis (Schülerversion)

Im genannten Buch wird ein Beweis angedeutet, der leider nicht schülertauglich ist.

Meike Akveld (DMK) hat mich dankenswerterweise mit einem Beweis versorgt. In der Schülerversion werden nur ebene Netzwerke behandelt, der Satz gilt aber allgemeiner.

Leonhard Euler formulierte 1752 den folgenden Satz:
Für jeden zusammenhängenden, planaren Graphen gilt: f - k + e = 1, wobei f die Anzahl der eingeschlossenen Flächen, k die Anzahl Kanten und e die Anzahl Ecken ist.

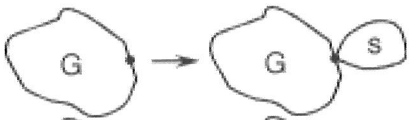
Ein Graph ist ein Gebilde aus Ecken (Knoten, Punkte), die durch Kanten (Linien) verbunden sein können. Ein Graph ist zusammenhängend, wenn es zwischen zwei beliebigen Ecken einen Verbindungsweg entlang von Kanten gibt. Ein Graph ist planar, wenn er auf einer Ebene dargestellt werden kann, ohne dass sich die Kanten schneiden.

Man sieht sofort, dass Eulers Satz dieselbe Struktur wie Kirchhoffs Satz hat, wenn man die Anzahl eingeschlossener Flächen als Anzahl unabhängiger Maschen betrachtet. Der Beweis erfolgt mit vollständiger Induktion über die Anzahl Kanten. Für k = 1 gibt es zwei mögliche Graphen (Fig. 5 und 6).

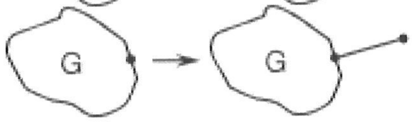
Figur 5: f - k + e = 0 - 1 + 2 = 1 ist korrekt

Figur 6: f - k + e = 1 - 1 + 1 = 1 ist korrekt

Nun nehmen wir an, der Satz sei bewiesen für einen Graphen mit k Kanten. Wir wollen zeigen, dass er immer noch wahr ist, wenn man die Kantenzahl um Eins erhöht. Dafür haben wir zwei Möglichkeiten (Figur 7 und 8).

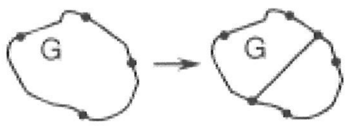


Figur 7: Wir hängen bei einem Graphen G an einer Ecke eine Schlaufe S an: (f + 1) - (k + 1) + (e + 0) = f - k + e = 1 (kor.)



Figur 8: Wir fügen eine Kante mit freier Ecke an:
(f + 0) - (k + 1) + (e + 1) = f - k + e = 1 (korrekt)

Somit ist der Satz von Euler durch vollständige Induktion bewiesen. Den Physikerinnen und Physikern gefallen die Erweiterungen des Graphen (Fig. 7-8) vielleicht nicht, weil sie elektrisch sinnlos sind. Wir können gerne ein realistischeres Beispiel probieren (Figur 9).



Figur 9: Wir unterteilen eine bestehende Masche:
(f + 1) - (k + 3) + (e + 2) = f - k + e = 1 (korrekt)

Und nun liefert Meike noch den vollständigen Beweis für Lehrkräfte.

Beweis des Kirchhoff'schen Satzes im Allgemeinen

Meike Akveld, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Der allgemeine Beweis des Satzes von Kirchhoff verlangt ein wenig Mathematik ausserhalb des Schulcurriculums. Ich möchte ihn aber doch, der Vollständigkeit halber, hier vorführen. Der Beweis ist relativ abstrakt, wird aber nachher im Text illustriert an Hand von einem Beispiel.

Betrachten Sie dieses Mal ein elektrisches Netzwerk als ein Gebilde aus e Ecken und k Kanten. Man definiere nun zwei Vektorräume C_0 und C_1 durch

$$C_0 = \left\{ \sum_i \alpha_i e_i \,\middle|\, \alpha_i \in \mathbb{Z}_2, e_i \text{ eine Ecke} \right\}$$

$$C_1 = \left\{ \sum_i \alpha_i k_i \,\middle|\, \alpha_i \in \mathbb{Z}_2, k_i \text{ eine Kante} \right\}$$

Wir lassen hier nur Koeffizienten in $\mathbb{Z}_2$ zu (damit umgehen wir das Problem der Orientierung). Betrachten Sie die folgende lineare Abbildung – der sogenannte Randoperator – zwischen diesen beiden Vektorräumen

$$\partial : C_1 \to C_0 \tag{1}$$

wobei ∂ genau das macht, was sein Name vermuten lässt: Er ordnet jeder Kante ihren Rand zu (d.h. in unserem Fall ihre zwei Ecken). Also, wenn k_i eine Kante ist, die die Ecken e_{i1} und e_{i2} verbindet, so gilt

$$\partial(k_i) = e_{i1} + e_{i2}$$

Aus der linearen Algebra kennen wir den folgenden Satz über lineare Abbildungen

$$\dim(\ker \partial) + \dim(\operatorname{im} \partial) = \dim C_1 \tag{2}$$

wobei in unserem Fall $\dim C_1$ nichts anderes ist als die Anzahl der Kanten, d.h. k.

Aus der algebraischen Topologie erkennen wir (1) als einen kleinen Kettenkomplex, womit sich schnell die Homologie dieses Komplexes berechnen lässt (vergl. $H_i = \ker \partial / \operatorname{im} \partial$). Insbesondere charakterisiert die erste Homologiegruppe H_0 die Anzahl Komponenten des Komplexes. In unserem Fall ist der Komplex zusammenhängend und damit gilt $H_0 = \mathbb{Z}_2$, gleichzeitig gilt aber auch $H_0 = C_0 / \operatorname{im} \partial$ und daraus folgt

$$1 = \dim H_0 = \dim C_0 - \dim(\operatorname{im} \partial) \tag{3}$$

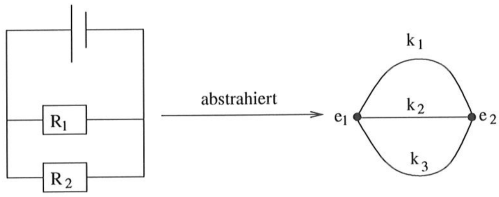
Kombinieren wir jetzt (2) und (3) so sehen wir leicht, dass

$$\begin{aligned}\dim(\ker\partial) &= \dim C_1 - \dim(\operatorname{im}\partial)\\ &= \dim C_1 - (\dim C_0 - \dim H_0)\\ &= k - e + 1\end{aligned}$$

Was ist aber die geometrische Bedeutung von $\ker\partial$? Es sind die Linearkombinationen der Kanten, die durch die Abbildung ∂ auf Null abgebildet werden d.h. es sind die Linearkombinationen der Kanten, die keinen Rand haben. Aber das sind genau unsere Maschen! Und damit ist $\dim(\ker\partial)$ genau die Anzahl der linear unabhängigen Maschen. Der Satz ist bewiesen!

Beispiel

Betrachte das untenstehende Netzwerk und seine abstrahierte Form. Man sieht eigentlich sofort, dass es sich hier um zwei linear unabhängige Maschen handelt.



Schauen wir doch was die Berechnungen uns zeigen. Wir haben nun die folgende Vektorräume

$$C_0 = \{\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 \,|\, \alpha_i \in \mathbb{Z}_2\}$$

$$C_1 = \{\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 \,|\, \alpha_i \in \mathbb{Z}_2\}$$

und den Operator $\partial : C_1 \to C_0$. Beachte, dass $\dim C_0 = 2$ und $\dim C_1 = 3$ und dass

$$\partial(k_1) = \partial(k_2) = \partial(k_3) = e_1 + e_2$$

und somit gilt $\dim(\operatorname{im}\partial) = 1$ – meistens ist dies nicht so einfach zum ausrechnen. Wir sehen jetzt entweder sofort

$$\dim(\ker\partial) = \dim C_1 - \dim(\operatorname{im}\partial) = 3 - 1 = 2$$

oder mit Hilfe der obenstehenden Formel

$$\dim(\ker\partial) = \dim C_1 - (\dim C_0 - \dim H_0) = k - e + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$$

und somit ist dieses Resultat in Übereinstimmung mit unserer Beobachtung.

Buchbesprechung

Der jugendliche Einstein und Aarau, herausgegeben von Herbert Hunziker, ix und 205 Seiten, CHF 35.-, Birkhäuser Verlag, Basel, 2005, ISBN 3-7643-7444-6

Wer hat nicht schon mit dem Gedanken gespielt, im Unterricht einem aufkeimenden Genie zu begegnen? Was würde eine Begegnung mit einem 'jungen Einstein' in der eigenen Klasse auslösen, Begeisterung, Respekt, Konflikte, Ängste? Würde sein Genie in der Schule überhaupt erkannt?

In den Jahren 1895/96 hat der jugendliche Einstein die Kantonsschule in Aarau besucht und dort seine Maturitätsprüfungen abgelegt, die ihm den Zugang zum Physikstudium an der ETH erlaubte.

Im Jahr 2005 beteiligte sich die Alte Kantonsschule Aarau an den Gedenkveranstaltungen zum Annus Mirabilis von 1905, in welchem Einstein mit einer Reihe von wichtigen Publikationen hervortrat. Der vorliegende Text ist als Begleitband zu dieser Jubiläumsveranstaltung entstanden. Die Autoren haben mehrheitlich eine direkte Beziehung zur Kantonsschule Aarau, sind also mit dem Genius loci vertraut. Die Texte lassen sich in drei Gruppen einteilen:

- Einsteins Jugendjahre und seine Verknüpfung mit der Kantonsschule Aarau
- Die Entdeckungen des Jahres 1905: Brownsche Bewegung, Relativität, Lichtquanten
- Astrophysik

Es ist den Autoren gelungen, eine breite Leserschaft anzusprechen und verschiedene Interessensrichtungen abzudecken. Die Beiträge zeichnen sich alle durch eine sorgfältige aber unaufdringliche und daher nicht minder wirksame didaktische Aufarbeitung aus. In erster Linie wird ein Publikum mit naturwissenschaftlichen Neigungen angesprochen. Ausgehend von Vorkenntnissen etwa auf Maturniveau werden grundlelgende Einsichten zu Einsteins Arbeiten von 1905 und zu ihrer Genese vermittelt.

Einsteins Maturitätsprüfungen in den Fächern Mathematik und Physik werden analysiert und kommentiert. Damit wird geschickt ein Bogen geschlagen vom historischen Stimmungsbild der biografischen Einführung zu den Leistungen des Jahres 1905. Es wird ersichtlich, welche Ansprüche an die Maturanden gestellt wurden, über welche Kentnisse Einstein verfügte und dass er keineswegs ein leistungsschwacher Absolvent der Aarauer Kantonsschule war, wie dies hartnäckige (oder tröstende) Gerüchte immer wieder verbreiten. Nach eigenem Urteil hat Einstein an der Kantonsschule Aarau besonders geschätzt, dass weniger das Auswendiglernen als das eigene Denken gefördert und geschult wurde. So überrascht es nicht mehr zu erfahren, dass einige Wurzeln der speziellen Relativitätstheorie bis in Gedankenspiele Einsteins aus der Aarauer Zeit zurückreichen.

Die weiteren Beiträge betreffen physikalische und wissenschaftshistorische Themen aus Einsteins Arbeiten:

Herbert Hunziker befasst sich mit der Speziellen Relativitätstheorie und den Denkgewohnheiten, welche ihrem Verständnis entgegenstehen.

Walter Pfeifer stellt Einsteins Analyse der Brownschen Bewegung vor.

Domenico Giulini setzt sich kenntnisreich mit der Herkunft der Speziellen Relativitätstheorie auseinander. Die Ideen lagen am Anfang des 20. Jahrhunderts in der Luft. Poincaré wies die Lorentzinvarianz der Maxwellgleichungen nach. Er sprach das Relativitätsprinzip im Juni 1905 vor Einsteins Publikation aus. Was genau war also Einsteins Leistung?

In einem zweiten Beitrag behandelt Giulini ebenso fundiert Einsteins Beitrag zur Begründung der Quantentheorie.

Norbert Straumann vermittelt einen untechnisch gehaltenen Ausblick auf neuere Erkenntnisse der Astrophysik. Dabei wird klar, dass Einsteins Bild vom Universum vor allem durch Beobachtungen mit neuen Instrumenten grundsätzlich erweitert wurde. Die Feldgleichungen der Einsteinschen Gravitationstheorie lassen sich nur unter stark vereinfachenden Zusatzannahmen formal behandeln. Immerhin gelingt es, schwarze Löcher theoretisch zu modellieren. Allerdings ist die Gravitationstheorie nur einer von mehreren Pfeilern, welche die Astrophysik tragen. Sternentwicklung lässt sich nur verstehen, wenn die Energieproduktion in den Sternen verstanden wird. Das ist aber ein Bereich der Teilchenphysik.

Der Text zeichnet sich durch grosse Sorgfalt und didaktisches Geschick aus. Ausschnitte eignen sich auch als Lektüre im Unterricht, beispielsweise im Schwerpunktfach Anwendungen der Mathematik und Physik.

Ich wünsche dem gelungenen Werk eine grosse Leserschaft.

H.R. Schneebeli

Zusammengesetzte Funktionen

R. Rose, Biel

Februar 2006

1 Einleitung

Wird nach einem Extremum oder einem Wendepunkt einer Funktion gefragt, so besteht die erste Reaktion darin, die erste bzw. die zweite Ableitung gleich Null zu setzen. Das ist durchaus begreiflich, weil dieses Vorgehen in den allermeisten Fällen erfolgreich ist.
Dabei sollte aber nicht vergessen werden, dass das Verschwinden der ersten, bzw. zweiten Ableitung kein Kriterium für ein Extremum, bzw. Wendepunkt ist. Wesentlich für ein Extremum oder einen Wendepunkt ist allein der Vorzeichenwechsel der ersten bzw. der zweiten Ableitung. Es sei nicht bestritten, dass bei den gebräuchlichen Funktionen dieser Vorzeichenwechsel fast immer über Null erfolgt. Ein Vorzeichenwechsel kann aber auch eintreten, wenn an der besagten Stelle die erste, bzw. die zweite Ableitung nicht definiert ist.
Leider wird dies in den Lehrbüchern selten erwähnt, und es mangelt auch an geeigneten, elementaren Beispielen wie $x \mapsto \sqrt[3]{x^2}$ dafür. Es handelt sich somit darum, einfache Funktionen zu finden, bei denen ein Extremum, bzw. ein Wendepunkt mit Vorzeichenwechsel der ersten bzw. zweiten Ableitung über einer Definitionslücke vorliegt, die Funktion selbst an dieser Stelle aber definiert und stetig bleibt. Verwunderlich ist in diesem Zusammenhang, dass ein Extremum gleichzeitig Wendepunkt sein kann, was z.B. bei der Funktion $x \mapsto (x+2)|x|$ im Nullpunkt der Fall ist.
Um Funktionen zu finden, die ungewohnte Eigenschaften aufweisen, sollte Gebrauch von der Betragsbzw. Signumfunktion gemacht werden, wie dies im folgenden Beispiel der Fall ist. Den Graph einer Funktion, die Betrags- bzw. Signumzeichen enthält, können Computer und anspruchsvolle Taschenrechner mühelos zeichnen. Will man aber solch eine Funktion ohne die genannten Hilfsmittel graphisch darstellen, so ist es vorteilhaft, die Funktion in Teilfunktionen für bestimmte Teilintervalle zu zerlegen - was keine Schwierigkeiten bereitet. So setzt sich z.B. die Funktion

$$f(x) = |x| + x + 8 + (|x| - x - 24) \cdot sign(x+12)$$

aus folgenden Einzelfunktionen zusammen:

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = 2x + 32 & \text{für} & x \leq -12 \\ f_2(x) = -2x - 16 & \text{für} & -12 \leq x \leq 0 \\ f_3(x) = 2x - 16 & \text{für} & x \geq 0 \end{array}$$

Wie ist aber vorzugehen, um aus den Einzelfunktionen wieder eine Gesamtfunktion aufzustellen?

2 Zusammenfügen von Einzelfunktionen

2.1 Zusammenfügen zweier Einzelfunktionen

Wenn $f(x) = f_1(x)$ für $x \leq x_1$ und $f(x) = f_2(x)$ für $x \geq x_1$, aber beide in $\mathbb{R}$ definiert sind, so gilt:

$$f(x) = \frac{f_1(x) + f_2(x)}{2} + \frac{f_2(x) - f_1(x)}{2} \cdot \frac{|x - x_1|}{x - x_1}$$

Sind beide Teilfunktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ Polynome und soll $f(x_1) = f_1(x_1) = f_2(x_1)$ gelten, so kann in der Formel für $f(x)$ die Unbestimmtheit bei $x = x_1$ durch Kürzen behoben werden.

$\frac{|x-x_1|}{x-x_1}$ kann aber auch durch $sign(x-x_1)$ ersetzt werden. Ist zumindest eine der beiden Teilfunktionen kein Polynom und soll $f(x_1) = f_1(x_1) = f_2(x_1)$ oder $f(x_1) = \frac{f_1(x_1)+f_2(x_1)}{2}$ gelten, so muss $\frac{|x-x_1|}{x-x_1}$ unbedingt durch $sign(x-x_1)$ ersetzt werden.

2.2 Zusammenfügen mehrerer Einzelfunktionen

Wenn $f(x) = f_1(x)$ für $x \le x_1$, $f(x) = f_2(x)$ für $x_1 \le x \le x_2$, $f(x) = f_3(x)$ für $x_2 \le x \le x_3$ usw. , so kann man aus $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zuerst eine vorläufige Gesamtfunktion $f_{12}(x)$ für $x < x_2$ bilden und sodann aus $f_{12}(x)$ und $f_3(x)$ auf die gleiche Art eine nächste Gesamtfunktion $f_{123}(x)$ erzeugen usw. Liegen nur drei Einzelfunktionen vor, so muss $\frac{|x-x_2|}{x-x_2}$ durch $sign(x-x_2)$ ersetzt werden, weil die Unbestimmtheit von $f(x)$ bei $x = x_2$ andernfalls nicht behoben werden kann. Man kann auch $f_1(x)$ mit $f_{23}(x)$ kombinieren, muss dann aber $\frac{|x-x_1|}{x-x_1}$ durch $sign(x-x_1)$ ersetzen, wenn $f(x)$ bei $x = x_1$ definiert und stetig bleiben soll. Wenn die $f_i(x)$ für alle x definiert sind, so ist es aber am einfachsten, $f_{12}(x)$ für $x \le x_2$ und $f_{23}(x)$ für $x \ge x_1$ zu bilden und anschliessend die Formel $f(x) = f_{12}(x) + f_{23}(x) - f_2(x)$ zu benutzen. Das hat den Vorteil, bei ausschliesslich Polynomen $\frac{|x-x_1|}{x-x_1}$ und $\frac{|x-x_2|}{x-x_2}$ beibehalten zu können.
Da es schon bei drei Einzelfunktionen drei verschiedene Zusammensetzungsmöglichkeiten gibt mit je 4 Varianten bezüglich des Gebrauchs von "Betrag" und "sign", erhält man 12 verschiedene Funktionsvorschriften für die Gesamtfunktion bei ganzen Teilfunktionen. Vier dieser Funktionsvorschriften sind aber oft unvorteilhaft, wenn $f(x)$ überall definiert und stetig sein soll.
Der Gebrauch der Betragfunktion ist praktisch, wenn man anschliessend kürzen kann; anderfalls ist auf "sign" zurückzugreifen.
Am Beispiel aus der Einführung sei gezeigt, dass nur drei der Zusammensetzungsmethoden empfehlenswert sind:
$f_1(x) = 2x + 32$ für $x \le -12$, $\quad f_2(x) = -2x - 16$ für $-12 \le x \le 0$, $\quad f_3(x) = 2x - 16$ für $x \ge 0$.
$f_{12}(x) = 8 - (2x-24)\frac{|x+12|}{x+12} = 8 - 2|x+12|$ für $x \le 0$
$f_{23}(x) = -16 + 2x\frac{|x|}{x} = -16 + 2|x|$ für $x \ge -12$
Daraus ergeben sich die Zusammensetzungsmöglichkeiten:

a) $f_a(x) = \frac{f_{12}(x)+f_3(x)}{2} + \frac{f_3(x)-f_{12}(x)}{2} \cdot sign(x)$
$f_a(x) = x - 4 - |x+12| + (x - 12 + |x+12|) \cdot sign(x)$

b) $f_b(x) = \frac{f_1(x)+f_{23}(x)}{2} + \frac{f_{23}(x)-f_1(x)}{2} \cdot sign(x+12)$
$f_b(x) = x + 8 + |x| + (|x| - x - 24) \cdot sign(x+12)$

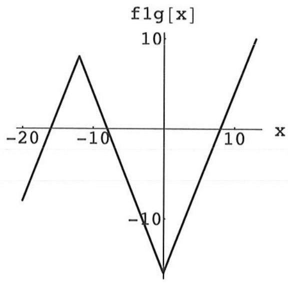
c) $f_c(x) = f_{12}(x) + f_{23}(x) - f_2(x)$
$f_c(c) = 8 - 2|x+12| - 16 + 2|x| + 2x + 16 = 2(x + |x| - |x+12| + 4)$
Diese Funktionsvorschrift scheint im vorliegenden Fall am günstigsten zu sein.

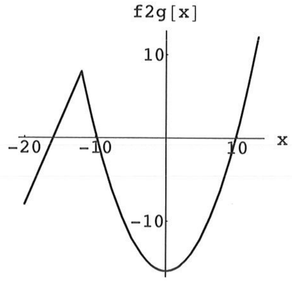
Dass alle drei Vorschriften $f_a(x)$, $f_b(x)$ und $f_c(x)$ Ausdrücke derselben Funktion sind, ist auf den ersten Blick nicht zu erkennen.

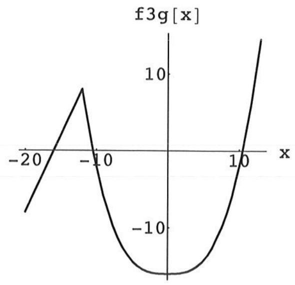
3 Weitere Beispiele

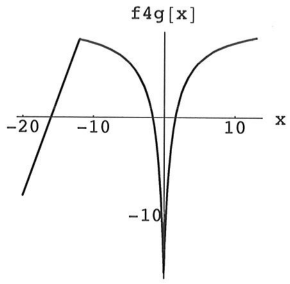
Die folgenden Funktionen enthalten ausser der gemeinsamen Teilfunktion $f_1(x) = 2x + 32$ eine Auswahl wichtiger elementarer Funktionen. Sie haben zusammen mit dem in der Einleitung betrachteten Beispiel die gemeinsame Eigenschaft, zuerst zum Maximum (-12;8) zu steigen, dann zum Minimum (0;-16) zu fallen und schliesslich anfangs wieder zu steigen. Sie zeigen die Vielfalt der Varianten bei der Zusammensetzung von Teilfunktionen zu einer Gesamtfunktion.
$f_{1g}(x) = x + 8 + |x| + (|x| - x - 24) \cdot sign(x+12)$
$f_{2g}(x) = \frac{x^2}{12} + x + 8 + (\frac{x^2}{12} - x - 24) \cdot sign(x+12)$
$f_{3g}(x) = \frac{|x|^3}{144} + x + 8 + (\frac{|x|^3}{144} - x - 24) \cdot sign(x+12)$
$f_{4g}(x) = \frac{13|x|}{|x|+1} + x + 8 + (\frac{13|x|}{|x|+1} - x - 24) \cdot sign(x+12)$

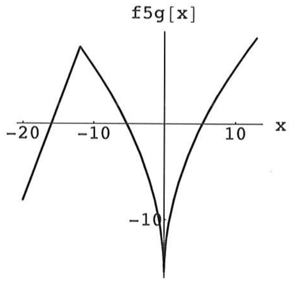
$f_{5g}(x) = \sqrt{12|x|} + x + 8 + (\sqrt{12|x|} - x - 24) \cdot sign(x + 12)$
$f_{6g}(x) = (x + 32 - 24 \cdot cos(\frac{\pi x}{36})) - (x + 24 \cdot cos(\frac{\pi x}{36})) \cdot sign(x + 12)$
$f_{7g}(x) = 12 \cdot ln(\frac{(e-1)|x|}{12} + 1) + x + 8 + (12 \cdot ln(\frac{(e-1)|x|}{12} + 1) - x - 24) \cdot sign(x + 12)$

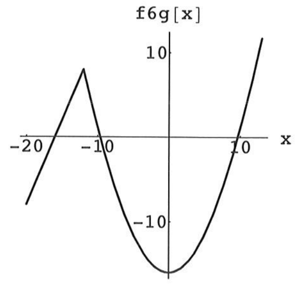


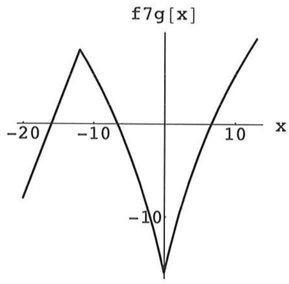












Der Leserin und dem Leser sei es überlassen, die Funktionen f_{2g} bis f_{7g} in Einzelfunktionen zu zerlegen und diese anschliessend auf die am Beispiel $f(x) = f_{1g}(x)$ gezeigten Weise auf verschiedene Arten wieder zu einer Gesamtfunktion zusammenzusetzen.

Buchbesprechung

Hildebrandt, Stefan: ANALYSIS 1.
Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York (2. korrigierte Auflage, 2005);
ISBN 3-540-25368-8. CHF 42.50.

Gibt es nicht heutzutage viele neue "gluschtige" Mathematikbücher? Farbig in der Aufmachung, übersichtlich im Layout, schön illustriert, mit vielversprechendem Titel und animierendem Abstract. Nicht immer hält der Anspruch der Affiche einer genaueren Prüfung stand. Oft findet man nur alten Wein in neuen Schläuchen.
Sehnen Sie sich nicht gelegentlich auch nach einem "altväterlichen", soliden, ohne Blendwerk auskommenden Buch? Nach einem Buch, in dem es nur um Mathematik geht, schnörkellos und kompetent?
Das in der zweiten Auflage vorliegende Analysis-Buch von Stefan Hildebrand ist ein solches Buch. Es umfasst den Stoff einer Anfängervorlesung in Analysis - und gelegentlich auch etwas mehr.
Genauigkeit und Verständlichkeit schliessen sich nicht aus, wie das Buch von Stefan Hildebrand eindrücklich zeigt. Der Stoff wird übersichtlich, detailliert und genau präsentiert. Ist das Buch aber auch für Mittelschullehrerinnen und Mittelschullehrer der Mathematik interessant? Es ist klar, dass man in der Mittelschule niemals die Massstäbe an logischer Strenge an den Unterricht anlegen kann wie im Mathematikstudium. Die Kunst des Mittelschulunterrichts besteht darin, das richtige Mass an Ungenauigkeit und Unvollständigkeit in der Stoffvermittlung zu finden. Trotzdem muss man selbst die exakten Beweise und Herleitungen kennen. Das vorliegende Werk präsentiert diese in hervorragender Weise - quasi als Referenzwerk.
Ich hätte mir als Studierender gewünscht ein solches Buch zu besitzen. Ich würde es deshalb auch allen (ehemaligen) Schülerinnen und Schüler, die sich ernsthaft für Mathematik interessieren, empfehlen.

Reto Schuppli

Leonhard Eulers 300. Geburtstag – ein Thema für Schweizer Gymnasien ?

Am 15. April 2007 jährt sich zum dreihundertsten Mal der Geburtstag des grossen Schweizer Gelehrten LEONHARD EULER (1707-1783): ein guter Anlass, um sein Leben und sein Werk im historischen wie im heutigen Kontext zu bedenken.

Neben zahlreichen Programmpunkten, die sich an eine breite Öffentlichkeit richten (Festakt, interdisziplinäre Ringvorlesung, Problemlöse-Wettbewerb, Ausstellung zu EULERS Leben und Werk, Publikationen), und einigen innerakademischen Veranstaltungen (internationales Symposium, Jahreskongress der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften im September), ist es den Verantwortlichen ein besonderes Anliegen, bei diesem Anlass etwas zur Verbesserung der **Kommunikation zwischen Universitäten und Mittelschulen** beizutragen.

EULER hat im Lauf seiner Karriere zahlreiche massgebliche Lehrbücher auf den verschiedensten Gebieten verfasst und die Sprache, in der Mathematik und Physik im gymnasialen Unterricht vermittelt werden, bis heute geprägt. Es erscheint deshalb geboten, im Rahmen des EULER-Jubiläums auch Angebote für den Unterricht zu erarbeiten. Mehrere Vorschläge dazu liegen vor:

- Materialien für Unterrichtseinheiten, die von EULER-Themen ausgehen
- freiwillige EULER-Workshops für MittelschülerInnen, geführt durch akademische Experten
- Auftritte in Weiterbildungsprogrammen für Gymnasiallehrkräfte
- Betreuung von Maturaarbeiten im Rahmen eines Expertenpools.

Um diese Vorschläge zu konkretisieren und in die Tat umzusetzen, bitten wir Lehrkräfte, die sich für eine Mitwirkung interessieren, mit dem Programmkomitee Kontakt aufzunehmen. Bitte konsultieren Sie die Website des EULER-Jubiläumsjahrs,

http://www.euler-2007.ch

und wenden Sie sich an den Präsidenten, Prof. Dr. Hanspeter Kraft (Mathematisches Institut der Universität Basel, Hanspeter.Kraft@unibas.ch), oder an den Sekretär, Dipl.-Math. Martin Mattmüller (Euler-Archiv, Tel. 061 271 49 83, euler-archiv@unibas.ch).

Do you speak Maths? Parlez-vous la Physique?

4. WBZ-Kurs zum Immersionsunterricht in Mathematik und Physik
Kantonsschule Rämibühl, 3.–4.11.2006

Der Kurs richtet sich an Physik- und Mathematiklehrpersonen, die an Mittel- oder Berufsschulen immersiv unterrichten oder dies bald tun werden. Im Mittelpunkt steht der gegenseitige Erfahrungsaustausch zwischen den Teilnehmerinnen und Teilnehmern.

Am Freitag besteht die Möglichkeit, Mathematik- und Physiklektionen an den Kantonsschulen Rämibühl (Englisch) zu besuchen. Das Gesehene dient als Grundlage für die anschliessende Diskussion. Französisch unterrichtende Lehrpersonen sind natürlich ebenfalls sehr willkommen.

Am Samstag werden wir anhand von Fallbeispielen aus der Praxis der Kursteilnehmer auf bisher gemachte Erfahrungen mit dem Immersionsunterricht eingehen.

Es besteht auch die Möglichkeit, besonders gelungene oder problematische Unterrichtssequenzen vorzustellen, die dann in der Teilnehmerrunde besprochen werden. Ausserdem soll das Immersionsprojekt im Kanton Zürich vorgestellt und mit dem Stand der entsprechenden Projekte in anderen Kantonen verglichen werden.

Wie immer besteht genügend Gelegenheit, Unterrichtsmaterial auszutauschen, Lehrmittel und Websites vorzustellen und Erfahrungen zu diskutieren. Eigene Kurzpräsentationen der Teilnehmenden sowie Fallbeispiele sind willkommen.

Anmeldung unter www.webpalette.ch

Bitte reservieren Sie sich...
Astronomie-Wochenende 2006

München/Heerbrugg
Freitag, 8. Sept. 18.30 Uhr - Samstag, 9. Sept. ca. 20 Uhr, evtl. Sonntag, 12 Uhr

Am Freitag treffen wir uns um 18.30 Uhr zum gemeinsamen Nachessen im Raum Heerbrugg (SG). Ab 20.30 Uhr steht die hauseigene Sternwarte der Kantonsschule Heerbrugg auf dem Programm. Gäste mit weiter Anreise können auch erst zu diesem Anlass zu uns stossen.
Gemeinsam reisen wir am Samstagmorgen im Bus nach München, besuchen dort das astronomische Institut, die professionelle Sternwarte in Wendelstein und evtl. die astronomische Abteilung des Deutschen Museums. Die Rückreise erfolgt entweder am Samstagabend oder am Sonntagmorgen.
Sie können bereits jetzt ihr unverbindliches Interesse auf www.ksh.edu/index.php?id=757 anmelden und erhalten dann die Detailausschreibung in wenigen Wochen persönlich zugestellt.

Stefan Büchler (stefan.buechler@ksh.edu), Benedikt Götz (benedikt.goetz@ksh.edu)

Differentialgleichungen im Grundlagenfach Mathematik des Gymnasiums?!

WBZ – Kurs – Herbst 2006

Ausschreibung im Programm der WBZ Herbst 2006 und auf der Web-Palette
www.wbz-cps.ch

Kursverantwortliche:	Bärbel Schöber	Gymnasium Bern Neufeld Gymnasiallehrerin Mathematik/Physik Weiterbildungsdelegierte DMK
Referent (Experte) :	Robert Märki	Gymnasium Thun Schadau Gymnasiallehrer Mathematik/Physik

Kursbezeichnung:
CAS: Differentialgleichungen im Grundlagenfach Mathematik

Kursbeschreibung:
Ein CAS ermöglicht fachlich und didaktisch vielfältige Erweiterungen des herkömmlichen Lehrstoffes. Ein CAS-gerechter Unterricht beschränkt sich deshalb nicht auf die Anpassung des herkömmlichen Stoffs an die neuen Möglichkeiten, sondern erweitert diesen in Richtung bedeutsamer und inhaltsreicher Fragestellungen. Für die Differential- und Integralrechnung bedeutet dies insbesondere, dass Differentialgleichungen einen viel grösseren Platz – auch in einem einführenden Kurs - einnehmen, was mit Hilfe eines CAS didaktisch sehr gut möglich ist. Dabei können auch Systeme von Differentialgleichungen erfasst werden, wodurch die Möglichkeit gegeben ist, interessante mehrdimensionale Probleme zu modellieren.
Im Kurs wird ein bereits mehrfach erprobter Lehrgang vorgestellt. Dabei werden algebraisch-analytische, numerische und graphische Methoden parallel und einander ergänzend verwendet. Insbesondere wird die EULER-Methode fast als universales Werkzeug benutzt und es zeigt sich, dass diese von hohem didaktischem Wert ist.
In einem einführenden Vortrag werden die Kursteilnehmenden mit den Grundlagen des Konzeptes dieses Lehrgangs vertraut gemacht und erhalten einen inhaltlichen Überblick. In kleinen Gruppen probieren die Teilnehmenden die Gestaltung einzelner Unterrichtseinheiten aus, verbunden mit einer vielseitigen methodisch didaktischen Diskussion. Ein Skript zum Lehrgang steht für die Kursteilnehmenden zur Verfügung. Zum Abschluss werden die gewonnenen Erfahrungen ausgetauscht. Geplant ist ein Reflexionskurs für Interessierte nach etwa einem Jahr, um Erfahrungen auszutauschen und in einem nächsten Schritt gemeinsam Maturaufgaben zu gestalten.

Kursdatum:
Dienstag, 31.10.2006, 9.00 – 17.00 Uhr

Anmeldefrist:
Montag, 28.8.2006

Kursort:
Gymnasium Bern Neufeld

Kurskosten:
CHF 100.-

Kursnummer:
06.04

Deutsches Museum
Kerschensteiner Kolleg

Mi/Do/Fr/Sa 18.- 21. Oktober 2006

„Erzählen"

im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht

Das Deutsche Museum veranstaltet ein Fortbildungsseminar für Lehrer Physik/Mathematik/Chemie an Realschulen und Gymnasien, Fachoberschulen und Berufsoberschulen. Wünschenswert ist die Teilnahme von Lehrern aus ganz Deutschland, Österreich und der deutschsprachigen Schweiz.

Wie können narrative Elemente wirksam zum Unterricht beitragen? Auf welche Weise kann man in naturwissenschaftlichen Fächern der Sekundarstufe I und II „erzählen"? Dabei soll mit der Methode des Erzählens nicht nur das Interesse an einem systematisch vermittelten Thema geweckt und gestützt werden, sondern sie soll generell zur Struktur des Unterrichts beitragen (auch Experimente können erzählen!).
Wesentlicher Programmteil werden Ausstellungen (Physik, Astronomie, Chemie, Pharmazie, Mathematisches Kabinett, Informatik) und Bibliothek des Deutschen Museums sein . Eine umfangreiche Materialsammlung wird nach Seminarende auf CD-ROM zusammengestellt.

Tagungsort: München, Anreise: Dienstag 17.10. 2006
Kosten: 4 Übernachtungen mit Frühstück im Kerschensteiner Kolleg, direkt im Deutschen Museum: 160 Euro + Seminargebühren inkl. Museumseintritt: 90 Euro. Sie wohnen im Kerschensteiner Kolleg in modern eingerichteten und ruhigen Zimmern (Etagenduschen und –WCs) direkt auf der Museumsinsel.

Information und Anmeldung: Ute Bewer, Tel. +49-(0)89-2179-569,
Christine Füssl-Gutmann, Tel.+49-(0)89-2179-243
Deutsches Museum, Kerschensteiner Kolleg, Museumsinsel 1, 80538 München
Fax +49-(0)89-2179-273, c.fuessl@deutsches-museum.de
www.deutsches-museum.de/ bildung/ fortbild/ kk.htm

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Mathematik

ETH Zentrum HG G 37.3
CH-8092 Zürich

Prof. Dr. Urs Kirchgraber
Phone: +41-1-632 34 54
Fax: +41-1-632 15 23
kirchgra@math.ethz.ch
www.math.ethz.ch/~kirchgraber

Kolloquium über Mathematik, Informatik und Unterricht

Programm WS 2006/2007

Die Vorträge finden jeweils an einem Donnerstag von 17.15 bis 18.45 Uhr im Auditorium F1 des Hauptgebäudes der ETH Zürich statt.

30.11.06	O.M. Keiser, Zürich **Vielleicht hätte hier auch Polya ein CAS eingesetzt**
14.12.06	W. Blum, Universität Kassel **Möglichkeiten und Probleme für Modellieren im Mathematikunterricht – neue Blicke auf ein altes Thema**
11.01.07	B. Lutz-Westphal, TU Berlin **Optimal! Kombinatorische Optimierung im Unterricht**
25.01.07	P. Labudde, PH Bern **Fächerübergreifender Unterricht am Gymnasium: Herausforderungen und Chancen am Beispiel von PAM**

Herzlich laden ein:

U. Kirchgraber (kirchgra@math.ethz.ch)
P. Gallin (p.gallin@freesurf.ch)
J. Hromkovic (juraj.hromkovic@inf.ethz.ch)
H. Klemenz (hklemenz@geosoft.ch)

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Mathematik

ETH Zentrum HG G 37.3
CH-8092 Zürich

Prof. Dr. Urs Kirchgraber
Phone: +41-1-632 34 54
Fax: +41-1-632 15 23
email: kirchgra@math.ethz.ch
www.math.ethz.ch/~kirchgraber

Zürich, im April 2006

Liebe Kolleginnen und Kollegen

Im Namen der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft (SMG), der ETH-Zürich, des Zürcher Hochschulinstituts für Schulpädagogik und Fachdidaktik (ZHSF) und der Kantonsschule Zürcher Unterland Bülach lade ich Sie herzlich ein zum

17. Schweizerischen Tag über Mathematik und Unterricht

am

Mittwoch, den 20. September 2006

an die

Kantonsschule Zürcher Unterland Bülach

Programm

10.00 – 10.30 Uhr
Check-in, Kaffee und Gipfeli

10.30 – 10.45 Uhr
Begrüssung durch Herrn Rektor Felix Angst

10.45 – 12.00 Uhr
Prof. J. Hromkovic, ETH Zürich
Warum das Unendliche auch in der Informatik unendlich wichtig ist!
Einer der besten Wege die Informatik in die Mittelschulen zu bringen führt über die Mathematik. Alle für eine allgemeine Bildung wichtigen Grundkonzepte der Informatik basieren auf Grundkonzepten und Resultaten, die ihrer Natur nach mathematisch sind.

In diesem Vortrag möchten wir aufzeigen, wie ein für den Mittelschulunterricht gemeinhin als schwierig eingestuftes Thema – nämlich die Frage der Grenzen automatischer (algorithmischer) Lösbarkeit – in der Verknüpfung mit Mathematik zum hochattraktiven und durchaus vermittelbaren Unterrichtsgegenstand werden kann.

Ausgehend vom genialen Konzept der Unendlichkeit und Cantors Mengenlehre zeigen wir in kleinen Schritten, dass nicht nur die Mathematik und die Naturwissenschaften nicht ohne das – in der Natur nicht beobachtete – Unendliche auskommen, sondern dass Cantors Konzept auch für die Entwicklung der Informatik wesentlich war und noch immer ist.

Gerade weil ein solches Thema essentiell die Begriffsbildung und den Kontext der Wissenschaften berührt, werden nach unserer Erfahrung bei Schüler/-innen Interesse und Begeisterung geweckt.

Der Vortrag schliesst mit der Präsentation einer kurzen Auswertung unserer Unterrichtsexperimente.

12.15 – 14.30 Uhr
Apéro
Mittagessen in der Mensa

14.30 – 15.30 Uhr
A. Gächter, Gymnasium Friedberg, Gossau SG
Mehrschichtige Probleme
Werden nach der Matura die angehenden Studentinnen und Studenten nach besonders schönen, interessanten oder eindrücklichen Mathematikaufgaben befragt, so stellt man oft fest, dass der „Einheitsbrei" von absolvierten Aufgaben keinerlei Spuren hinterlassen hat. Es dominierten zu sehr die Routine- und Serienaufgaben und für kreatives und produktives Üben blieb wenig Zeit.

Mehrschichtige Probleme bilden eine grössere Lernumgebung, fördern Problemlöse-Strategien und mathematisches Denken, tragen den Stempel der Interdisziplinarität und erlauben damit, die Perspektive öfters zu wechseln.

Der Vortrag zeigt erprobte Beispiele von mehrschichtigen Problemen und gibt Hinweise für deren Einsatz im Unterricht.

15.45 – 16.45 Uhr
Prof. U. Stammbach, ETH Zürich
EAN, ISBN, CD, DVD: Von Prüfziffern zu fehlerkorrigierenden Codes
In unserer Welt ist vieles nummeriert: Jedes Buch trägt seine ISBN Nummer, jede Kreditkarte identifiziert ihren Besitzer via eine Nummer, jedes Produkt im Supermarkt hat seine EAN-Nummer aufgedruckt oder aufgeklebt.

Derartige Identifikationsnummern erfüllen allerdings nur dann ihren Zweck, wenn sie fehlerfrei gelesen werden und fehlerfrei mündlich, schriftlich oder elektronisch übermittelt werden. Man denke etwa an das Bestellen eines Buches mit Hilfe der ISBN-Nummer, an den Bezug von Bargeld am Bankomaten oder an das Einlesen der EAN-Etiketten an der Kasse des Supermarktes. Fast alle solcher Nummerierungssysteme sind deshalb so konzipiert, dass Lese- oder Übermittlungsfehler mit grosser Wahrscheinlichkeit unmittelbar *erkannt* werden.

Diese Fähigkeit beruht auf einfachen mathematischen Grundlagen. Zwei derartige Systeme, nämlich EAN und ISBN, wollen wir in unserem Vortrag etwas näher betrachten und deren Wirkungsweise und Grenzen kennen lernen.

Eine Stufe komplizierter sind Systeme, die Übermittlungsfehler nicht nur *erkennen*, sondern diese selbständig *korrigieren* können. Solche Systeme werden beispielsweise bei CDs und DVDs verwendet. Dank ihres Einsatzes werden beim Abspielen kleine Störungen, die durch Kratzer, durch Verschmutzung oder durch Abtastfehler entstehen, automatisch korrigiert. Das Ohr des Hörers wird dadurch gar nicht betroffen.

Die bei CDs und DVDs verwendeten Systeme sind allerdings technisch und mathematisch hochkompliziert und entziehen sich der genaueren Beschreibung in einem kurzen Vortrag. Wir beschränken uns darauf, die zugrunde liegenden mathematischen Prinzipien anhand eines einfachen derartigen Systems zu illustrieren und die Wirkungsweise zu erklären.

Ich würde mich sehr freuen, wenn wir Sie am 20. September 2006 an der KZU Bülach begrüssen dürften.

Freundliche Grüsse

U. Kirchgraber
Departement Mathematik ETH Zürich und
Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und
Fachdidaktik von PHZH, UNIZH, ETHZ

Anmeldeformular

zum 17. Schweizerischer Tag über Mathematik und Unterricht am Mittwoch, 20. 9. 2006, an der KZU Bülach

(Bitte in **Druckbuchstaben** ausfüllen).

Name: Vorname:

Schule:

Adresse (Privat): Wohnort:

Telefon: email:

Teilnahme am gemeinsamen Mittagessen

o Ja **o Fleisch** **o Vegetarisch** **o Nein**

Bon zu CHF 25.– kann beim Eintreffen in der Schule gekauft werden. Er berechtigt zu: Kaffee/Orangensaft und Gipfeli am Morgen / Mittagessen (Menue (mit/ohne Fleisch) + Getränk + Dessert +Kaffee) / nachmittägliches Erfrischungsgetränk.

Vorschläge, Wünsche, Bemerkungen für eine zukünftige Tagung:

____

____

____

Bitte melden Sie sich bis 25.8.06 an:
KZU Bülach, Kantonsschulstrasse 23, 8180 Bülach, z.Hd. Ernst Häne

Elektronisch erreichen Sie die Organisatoren unter:
mathtag06@kzu.ch

Zurich Mathematica Conference 2006

The Future of Mathematica

Zurich, Mittwoch, 6. Sepember 2006

Die Veranstaltung ist eine Zusammenarbeit zwischen Wolfram Research und COMSOL AG Bern.

Wolfram Research Mitarbeiter präsentieren Mathematica Technologien für den akademischen und kommerziellen Einsatz. Dies ist eine gute Gelegenheit für bestehende und neue Benutzer, neue Innovationen kennenzulernen, sich mit Mathematica Benutzern und Wolfram Research Mitarbeitern zu unterhalten und sich von diversen Präsentationen aus dem kommerziellen und akademischen Bereich inspirieren zu lassen.

Die Veranstaltung und das Training am Vormittag sind kostenlos. Die Platzanzahl ist beschränkt, bitte melden Sie sich daher frühzeitig an!

VERANSTALTUNGSORT
University of Zurich
Hörsaal 91
Winterthurerstraße 190
CH-8057 Zurich

AGENDA
10:00 An Introduction to Mathematica Training Courses
12:00 Lunch
13:30 The New Era of Mathematica Technology with Mr. Conrad Wolfram
14.20 User Stories
15:00 Coffeee Break
15:20 The Technology Inside..followed by Questions & Answers with Mr. Conrad Wolfram
16:15 Various User Stories
17:00 Closing Address

SPEAKER
- Wolfram Research, Conrad Wolfram
- Swiss RE, Mr. Frank Krieter with "Insurance modeling using Mathematica"
- University Zurich, Institute of Neuroinformatics, Mr. PD Dr. Stoop Ruedi with "Natural Computation Explored by Mathematica"
- ETH Zurich, Organische Chemie, Dr. Martin Badertscher with "modelling of chemical systems with Mathematica"
- Mr. Rene Ruffieux, Swisscom Switzerland and Dr. Bernard Zgraggen, Fernfachhochschule Schweiz with "Projekt webSolution"

Anmeldeformular **Fax 031 998 44 18**

☐ Ich nehme am Mathematica Event teil
☐ Ich möchte auch am Mathematica Training teilnehmen.

Firma/Schule____

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Strasse:____

PLZ: ____________________ Ort: ____________________

Tel: ____________________ E-Mail: ____________________

Globale Weltwirtschaft und Energiepolitik: Quo vadis?

Zehntes Weiterbildungsseminar des Forum VERA . In Kooperation mit der WBZ, Weiterbildungszentrale für Mittelschullehrkräfte und den Verbänden der Physik- und Mathematik-, der Wirtschafts- und Rechtskunde- sowie der Chemie- und Biologielehrkräfte Sek 1 und 2

Schloss Böttstein, Freitag, 15. bis Samstag 16. September 2006

Zielsetzung

- Darstellen der globalen Weltwirtschaft und der Auswirkungen auf den Energiekonsum
- Aufzeigen der verschiedenen Energieträger und ihres ökonomischen und ökologischen Potentials
- Diskussion der Vor- und Nachteile der verschiedenen Energiearten (graue Energie, Abfallproblematik, nachhaltige Nutzungsmöglichkeiten, ökonomische Aspekte)
- Diskussion und Analyse von Methoden und Mitteln, mit denen das Thema didaktisch sinnvoll im Unterricht eingebaut werden kann, auch im Hinblick auf die **Erarbeitung von Maturaarbeiten**.

Programm

Manfred Rist, NZZ Korrespondent für Südostasien, **Die Weltmächte im Jahr 2006 – Auswirkungen auf Wirtschaft und Energiekonsum,** Vortrag und Diskussion

Prof. Dr. Aldo Steinfeld, ETH Zürich und PSI Paul Scherrer Institut, **Welche Energieträger werden im Jahr 2025 entscheidend sein insbesondere aus der Sicht der erneuerbaren Energien**

Proff. Anton Schleiss, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, **Weltweiter Ausbau der Wasserkraft im Spannungsfeld zwischen Ökologie und Ökonomie: Welche Potenziale und Chancen hat die Wasserkraft als zurzeit noch bedeutende erneuerbare Energie?**

Rolf Hartl, Direktor der Erölvereinigung, **Reserven, Potential, Zukunftsperspektiven für Erdöl in den kommenden Jahrzehnten inkl. der Umweltaspekte**

Marcel Kreber, Leiter Public Affairs, Verband der Schweiz. Gasindustrie VSG, Erdgas: **Energieträger der Zukunft? Entsorgungsaspekte, Risikopotenzial, Reserven, ökologische und ökonomische Aspekte**

Armin Murer, Mitglied der Geschäftsleitung der NAGRA, **Kernenergie: Zukunftsperspektiven abhängig von der Entsorgungsproblematik?**

Geri Thomann, Mitglied der Geschäftsleitung der WBZ, **Gruppenarbeiten**

Proff. Steinfeld und Wokaun, Dr. P. Dietrich, **Besichtigung Paul Scherrer Institut (PSI)**

Kosten: Fr. 190.-- pro Person (inkl. Übernachtung und Essen)

Anmeldung

Sabine Braun, Forum VERA, c/o Senarclens, Leu + Partner AG, Freigutstrasse 8, 8027 Zürich
Tel. 043 305 05 90, Fax 043 305 05 99, e-Mail sabine.braun@senarclens.com, www.forumvera.ch

Das THE SWISS TECHNORAMA SCIENCE CENTER in Winterthur

konzipiert und realisiert interaktive Exponate zur spielerisch-lehrreichen Veranschaulichung naturwissenschaftlicher Prinzipien und Phänomene. Zur Unterstützung des schlagkräftigen Teams suchen wir Sie als

Naturwissenschafter als wissenschaftlichen Mitarbeiter (M/F)

vorzugsweise Physiker

Ihre Aufgabe

Sie sind verantwortlich für die Entwicklung der Exponate in Zusammenarbeit mit internen und externen Fachspezialisten. Sie unterstützen die Werkstatt bei der Realisierung der Exponate und tragen federführend zur Redaktion von Exponattexten und -unterlagen bei. Als Mitglied des Geschäftsführungsteams wirken Sie auch an der Ausarbeitung von Konzepten für die Ausstellung, für Sonderausstellungen, Demonstrationen und Workshops mit.

Anforderungen

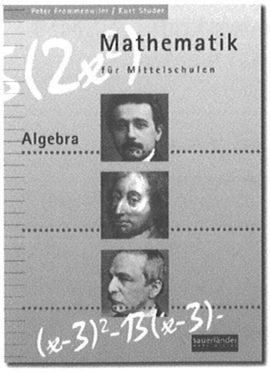
Als routinierter Experimental-Physiker verfügen Sie über ein überdurchschnittliches Ausbildungsniveau und besitzen die Begabung, naturwissenschaftliche Sachverhalte einfach und verständlich zu vermitteln. Als begeisterungsfähige, erfahrene Persönlichkeit arbeiten Sie gerne im Team, kommunizieren gut, sind gegenüber anderen und unkonventionellen Ideen aufgeschlossen.

Sie verfügen über sehr gute Deutschkenntnisse in Wort und Schrift und drücken sich auch fliessend in Englisch aus (W+S); gute PC-Kenntnisse setzen wir voraus.

Sofern Sie eine solche Aufgabe fasziniert, freut sich Herr Alexandre Kounitzky auf Ihre detaillierten Bewerbungsunterlagen. Wir sichern Ihnen volle Diskretion zu.

A. Cavegn AG
Telefon +41 44 931 34 64
Bahnhofstrasse 182
consulting@cavegn.ch
8622 Wetzikon
www.cavegn.ch

Lehrmittel für den gymnasialen Unterricht



Algebra
900 Aufgaben aus den Bereichen Arithmetik, Gleichungen und Funktionen enthält das Mathematikwerk für Mittelschulen – Algebra. Zur Auflockerung sind Zitate und Porträts von Mathematikern, Philosophen und Naturwissenschaftlern eingestreut. Der Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln wird bei vielen Aufgaben aus den Bereichen Gleichungen und Funktionen empfohlen.

Peter Frommenwiler, Kurt Studer

Algebra

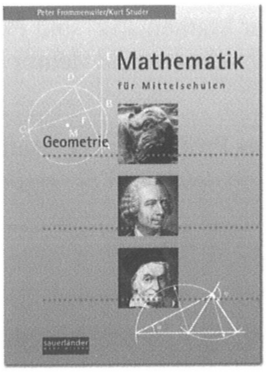
Mathematik für Mittelschulen

Schülerausgabe

261 Seiten, broschiert,
mit zahlreichen Abbildungen
ISBN 3-0345-0169-2, CHF 39.90

Lösungen

90 Seiten, broschiert
ISBN 3-0345-0170-6, CHF 19.90



Geometrie
Die Aufgabensammlung enthält Aufgaben zu den Bereichen Planimetrie, Trigonometrie, Stereometrie und Vektorgeometrie und deckt die Ziele der Lehrpläne der Berufsmatura ab. Aufgelockert wird die Sammlung durch eingestreute Zitate und Porträts von Mathematikern, Philosophen und Naturwissenschaftlern.

Peter Frommenwiler, Kurt Studer

Geometrie

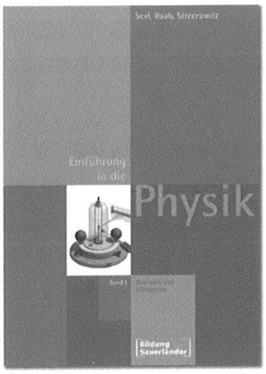
Mathematik für Mittelschulen

Schülerausgabe

221 Seiten, broschiert
ISBN 3-0345-0034-3, CHF 39.90

Lösungen

57 Seiten, geheftet
ISBN 3-0345-0150-1, CHF 18.90



Einführung in die Physik
Durch den Ansatz dieses Werkes wird ein tieferes Verständnis für die Physik ermöglicht. Die erarbeiteten Gesetze sind für die Lernenden nicht bloss abstrakte Formeln, vielmehr ist es ihnen möglich, die darin enthaltene physikalische Information erkennen und nutzen zu können.

Roman Sexl, Ivo Raab,
Ernst Streeruwitz

Einführung in die Physik – Band 1

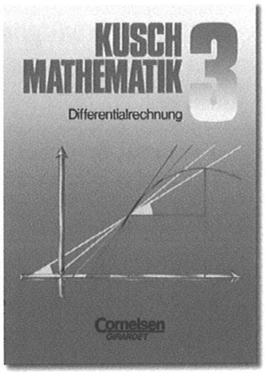
Mechanik und Wärmelehre
- Grundlagen
- Mechanik
- Wärmelehre
- Anhang: Aufbau des Sonnensystems

288 Seiten, A4, broschiert,
durchgehend vierfarbig, zahlreiche Abbildungen und Grafiken
ISBN 3-0345-0014-9, CHF 48.–

Einführung in die Physik – Band 2

- Schwingungen und Wellen
- Optik
- Elektromagnetismus
- Relativitätstheorie
- Struktur der Materie
- Astrophysik und Kosmologie

352 Seiten, A4, broschiert,
durchgehend vierfarbig, zahlreiche Abbildungen und Grafiken
ISBN 3-0345-0056-4, CHF 48.–



Kusch Mathematik Band 3
Differentialrechnung
Lothar Kusch u.a.

550 Beispiele mit ausführlichen Lösungswegen, 400 zweifarbige Abbildungen, 190 Merksätze und 1600 Übungsaufgaben.
552 Seiten
ISBN 3-464-41303-9, CHF 49.20

Aufgabensammlung mit Lösungen
Über 1600 Übungsaufgaben zur Differentialrechnung mit ausführlichen Lösungswegen in der didaktisch bewährten 2-Spalten-Methode, 600 zweifarbige Abbildungen, 80 Merksätze.
Die Aufgabensammlung ist zugleich das Lösungsbuch zu Band 3.
775 Seiten
ISBN 3-464-41383-7, CHF 65.70

Kusch Mathematik Band 4
Integralrechnung
Lothar Kusch u.a.

350 Beispiele mit ausführlichen Lösungswegen, 310 zweifarbige Abbildungen, 130 Merksätze und 1050 Übungsaufgaben.
456 Seiten
ISBN 3-464-41304-7, CHF 49.20

Aufgabensammlung mit Lösungen
Über 1100 Übungsaufgaben zur Integralrechnung mit ausführlichen Lösungswegen in der didaktisch bewährten 2-Spalten-Methode; 650 zweifarbige Abbildungen, 90 Merksätze.
Die Aufgabensammlung ist zugleich das Lösungsbuch zu Band 4.
720 Seiten
ISBN 3-464-41384-5, CHF 65.70

www.sauerlaender.ch

Nutzen Sie für Bestellungen unseren OnlineShop.
Einfach • Direkt • Schnell.

20% Rabatt auf Prüfexemplaren
(keine Klassensätze/Lehrerkommentare)

Sauerländer Verlage AG
Ausserfeldstrasse 9
5036 Oberentfelden
Tel. 062 836 86 26
Fax 062 836 86 20
E-Mail: verlag@sauerlaender.ch

sauerländer
mehr wissen

Cornelsen

Ja - Oui - Sì ☐

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und -lehrer (VSG) werden.

J'aimerai devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la société suisse des professeurs de l'enseignement secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 95.- (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 30.- (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra ☐ Herr/M./Sig. ☐ Prof. ☐ Dr. ☐

Name/Nom/Cognome: ....

Vorname/Prenom/Nome: ....

Adresse/Indirizzo (privat/privato): ....

Plz-Ort/NP-Ville/CAP-Luogo: ....

(Land/Pays/Paese): ....

Email: .... (Tel): ....

(Geburtsdatum/Date de naissance/Data di nascita): ....

Sprache/Langue/Lingua: D ☐ F ☐ I. ☐

Schule/école/scuola: .... Kanton/canton/cantone: ....

Kategorie/Catégorie/Categoria: activ/actif/attivo ☐ passive/passif/passivo ☐
Student/-in, étudiant(e), studente/ssa. ☐

Einsenden an/envoyer à/inviare a:
VSG-SSPES-SSISS, Postfach 8742 (Waisenhausplatz 14), 3001 Bern
oder per Internet: www.vsg-sspes.ch

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*
VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Layout – *Mise en page*
Jean-Luc Barras jeanluc.barras@postmail.ch
Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*
Urs Zimmermann uzimmermann@kzu.ch
Sonnhaldenstr. 17 Tel. 044 872 31 31
8184 Bachenbülach

Adressänderung – *Changement d'adresse*
VSMP Mitglieder – *Membres de la SSPMP*
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern
Abonnenten die nicht Mitglieder der VSMP sind
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Druck und Versand – *Imprimerie*
Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)
– *Délais de rédaction (de parution)*

Nr. 102	31.08.2006 (20.10.2006)
Nr. 103	31.12.2006 (20.02.2007)
Nr. 104	30.04.2007 (20.06.2007)

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF
Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
3902 Brig-Glis

Deutschschweizerische Mathematikkommission
Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
8820 Wädenswil

Deutschschweizerische Physikkommission
Martin Lieberherr lieberhm@mng.ch
Rotbuchsstrasse 32 Tel. 044 363 61 35
8037 Zürich

Commission Romande de Mathématique
Eugène Pasquier eu.pasquier@bluewin.ch
Prachaboud Tél. 026 912 51 26
1661 Le Pâquier-Montbarry

Commission Romande de Physique
Philippe Drompt drompt@swissonline.ch
Rue des Tilles 23 Tél. 032 485 11 09
2603 Péry

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana (CMSI)
Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Vincenzo d'Alberti 13 Tél. 091 751 14 47
6600 Locarno

Bestimmungen für Inserate und Beilagen
– *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Ganzseitige Inserate	Fr. 500.–
Halbseitige Inserate	Fr. 300.–
Beilagen bis 20 g	Fr. 500.–
Beilagen über 20 g	Nach Vereinbarung

Auflage – *Tirage*
900. Erscheint dreimal jährlich.

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch